

的參考。

已知太陽或任何一星的大小及其平均密度，同時假設其全質均為氣體，則可由此計算在其表面以下，壓力隨深度而增加的速率。這計算已為愛丁敦所進行。無論在那一層，其上面的壓力，為下面氣體的彈性，並附以輻射的壓力所撐持。照氣體動力學，氣體的彈性，原於氣體分子的碰撞；而分子的速度，又須視溫度的高低以為定。故恆星內部的溫度，遂可由此而與以測定。欲撐持太陽或其類似的恆星內部的巨大壓力，則其溫度必達四千萬至五千萬度之譜。設有一星，遠較此為大而熱，則其內部輻射的熱力必至過大，至使該星變成不穩定，而趨於爆裂。由此可知，各星的大小及其內部的壓力，必大致相同。但其所發射於空間的熱量，則表示其表面的溫度，在其數千度的小範圍內，有頗大的差別也。

恆星內部的一區域，甚至一大的區域，實際為一恆溫的圍場 (enclosure)，故其總輻射，依絕對溫度的四乘方而變更；且當溫度增高時，則能量最大的輻射，依照已知的定律，繼續沿看光譜而向短波方面移位。當溫度高至數百萬度時，則其能量的極大處，即已遠超可見光譜的境段，而至X射線或波長更短的輻射。但此種輻射，於其行至恆星外層的途中，繼續為原子所碰撞及作用而變成較長的波長，最後仍以光及熱的形式而發出。但在此可為驚奇者，即麥克冷南 (McLennan)，米里根·柯爾厚斯德 (Kollöster) 等，曾察得絕端貫穿性的射線，雖其量很小，但似若不斷的經過我們的大氣而係來自空間者。如堅思 (Jeans) 所云：『在某一意義上，這些輻射，為整個宇宙中最基本的物理現象。空間的大部區域，含此輻射的，遠較可見的光及熱者為多。我們的身體，日夜為其所通過。……它破壞我們體內的原子，每秒鐘達數百萬個。這可能是生命的要素，也可能在殺害我們。』(註四四)這些有貫穿性的輻射，可能是在星雲，或充滿於無物的空間而十分稀薄的星雲一類的地方，質子與電子互相拚消 (annihilation) 時所發出的，因在這些地方所射出的能，無須費力以求通過恆星外覆的物質

也。

我們已知 $\alpha$ 射線及貫穿性更大的 $\gamma$ 射線，都是很有效的游離劑。所以星內的原子，都已高度游離，換言之，即其外部的電子已被剝奪。這個觀念，曾於一九一七年為堅思所倡議，而再為愛丁敦所解決。一個普通原子所佔有的體積，即其他原子不能貫穿的體積，就是這些外部電子的軌道所佔有的體積。今若其外部電子已被剝奪，則此原子的有效體積，必大為減小，而實際上，即成為原子核及其最近電子環（其軌道較外部電子的軌道大為減小）的體積。結果，恆星內部的原子，既遠較細小，則其相互的作用，亦必遠較我們實驗室的為小。故恆星物質雖在高大密度時，其性質亦若理想的氣體，而遵守波耶爾定律云。

假設恆星是氣體的，則我們可以數學計算一星的質量，與其所發的光及熱的關係——換言之，即可知其亮度為何也。愛丁敦於一九二四年，算得星的質量愈大，則其輻射亦愈多。他求得一理論的關係，而且將一個數的因子調整後，使此關係確與事實相符。即對於許多恆星，因為密度很大，在一九二四年以前，尚認為是液體或固體，而以為此理論不能適用的，亦能符合。但愛丁敦主張即我們已知較水為重的太陽，以及較鐵為重的其他恆星，實際均為氣體；它們的原子，因已被剝奪其電子，故體積較小，而於大部時間中，彼此不相接近。

不寧惟是，一個新的發現，更增加了密度的可能範圍。柏塞爾（Bessel）於一八四四年，發現天空中 brightest 的天狼星，運行橢圓軌道，而且曾假設一個伴星圍繞運行，其質量約為太陽的  $\frac{1}{3.5}$ 。十八年後，此星為克拉克（Alvan Clark）所發現；用現代望遠鏡，不難看見此星，而其所發之光，約為太陽的  $\frac{1}{360}$ 。當時曾認此星僅呈紅熱，而為一行將沒落的星，但一九一四年，阿丹姆斯自威爾遜山察得該星並非紅熱，而為白熱。其所發總光度之小，乃因其體積甚小的原故，它不能比地球大許多。從這個大的質量，與小的體積，可知其密度約為每立方英寸重一噸——一個當時以為不可信而駭人

聽聞的結果。

但是不久新的證據出現了。愛因斯坦的學說，需要發出輻射的頻率，應隨質量及體積而變更。因此，譜線應以半徑除質量的比例，向赤色方向移位。阿丹斯曾測得天狼星伴星的光譜，而亦得相同的高密度，約大於鉑密度的二千倍。此外更有數星，已知其密度與此相似或更大。堅思以為在這些星中的物質，必不再為氣體，而與液體相近了。其原子必僅含原子核，甚至其最內層的電子，亦被剝奪。比較正常的星，如天狼星及太陽，可能為核外剩有一層電子的原子所組成。所以在原子構造學說中，我們求得了為什麼恆星會區分為明顯級類，而每一級類，僅包括某體積極限以內的恆星。在這樣高的溫度，地上的原子將至完全分裂。欲維持其不同的體積，恆星內部的原子必較地球我們熟知的原子為重，而類似我們的較輕的原子，必上浮於表面，而成為輻射之層。

恆星的年紀，可以三法估計之：(1)雙星的軌道最初應為圓形，以後漸為旁過的他星之力所影響，而致變形。這種影響的可能頻率，可與計算。因此，自軌道的實際形狀，即可以計算恆星的可能年紀。(2)有幾類亮星，在空間運動時，漸失其小部的組織成份，造成這些觀察到的散失所需時間，可以計算而得。(3)各恆星運動的能量，亦如氣體中的分子一樣，有趨於相等的趨勢。塞爾斯已測得鄰近太陽的諸星，幾已達此境地。從氣體動力說，我們可以計算產生此種動能相等所需的時間。這三個方法，都一致表示  $5-10 \times 10^6 \times 10^9$  年，是我們恆星系中諸星的可能平均年紀。

欲維持這樣長久的生命，必需巨量輻射能的供給，其量之巨，有遠非萬有引力的收縮，或放射現象所能解釋的。愛因斯坦的學說很自然的引至一觀念，說此能量的來源，或為陽性質子與陰性電子的互相拼滅——一個在一九〇四年堅思用來解釋放射能的觀念。(註四五)這個理論已得詳細的完成。恆星確在失落其質量。輻射產生定量的壓力，故擁有一可算的動量，或質量與速度之積。太陽從每平方英寸的表面，輻射至五十馬力，這表示整個太陽，每日損失質量三千六百萬萬噸，而質子與電子的互

相拼滅，則給與此損失以可能發生的機構。太陽於其體積更大，年紀較輕時，其質量的損失，必當更速。由此我們可以決定太陽年紀的最高極限，大約為  $8 \times 10^6 \times 10^6$  年。這與各法所估計的恆星壽命，頗相符合。

## 星的演化

恆星的年紀，既得估定。然則恆星究係若何產生的呢？這乃一極自然的問題。即使在最大的望遠鏡中，恆星是無可見的大小的——最近的恆星，也實在太遠了。但是發亮的面積所謂星雲者，自古即已知之。仙女座 (Andromeda) 中的一巨大星雲，能為肉眼所見，在望遠鏡發明以前，即已發現。而獵戶座 (Orion) 中的另一星雲，亦已於一六五六年為惠根斯所發現。

星雲有三大類：

(1) 形狀不規則的星雲，如獵戶座中的。

(2) 行星狀星雲 (planetary nebula)，為形狀有規則的較小星體。

(3) 旋渦星雲，形狀似大的光之旋渦。

多數的星雲，是旋渦狀的。我們已經說過，在現代望遠鏡中可見的星雲，約有二百萬個。它們的光譜，是連續的，而蓋有吸收譜線，與  $\alpha$  型的星（包括太陽在內）的光譜相似。有些星雲，是彌散的熾亮氣體。有些含有定形的恆星。它們也表現急速的轉動。自軌道平面的邊上平視所見的星雲，可以光譜法測驗之。其中與我們視線垂直的，可自逐年的攝影，求得其轉動，大約為數百萬年一週轉。這好像表示其運動的迂緩，但其線速度，有已知其每秒鐘達一千公尺者，所以其轉動週期的長久，非因其運動的迂緩，而表示其體積的龐大。

今若假設諸星雲轉動的速度，大小相近，則由上所述，自軌道平面的邊上平視所見的星雲，既可以用光譜法測得其線速度，而橫過我們視線的星雲，亦可以測得其逐年的角轉動，故若以此二者相比較，則可作其距離的一估計了。造父變星，在旋渦星雲的環抱中，而其亮度變更的週期，可假設與其

絕對亮度有普通一般的關係。所以它們視亮度的測量，又可作距離的另一估計了。由此所得的數值，約在數萬萬至數十萬萬光年。所以多數的旋渦星雲，都距離很遠，而在我們的恆星系以外。

星雲的恆星演化學說，最初為康德所倡議，繼復於十八世紀末葉為拉勃拉斯所引用，以解釋太陽系的原始。拉勃拉斯根據氣體星雲的觀念，說星雲充滿着海王星軌道以內的空間，而具有轉動式的運動。它因其自有的萬有引力，而漸漸縮小。惟因其角動量維持不變，故其速度漸增。它在其收縮的各階段中，遺留環形的物質，經凝結而成行星及其衛星，繞中心的質體而轉動。此中心的質體，即成太陽。

這種說法，不免有若干困難。一九〇〇年摩耳頓 (F. R. Moulton) 指出由環形變成球形是不會實現的事，錢博倫 (T. C. Chamberlain) 并證明在有上述大小的氣體質團中，其萬有引力的力量，並不足以克服其分子速度的擴散效應，與輻射的壓力而至縮小。堅思并曾證明行星的凝成是不可能的。

但是，星雲之為物，比拉勃拉斯所想像的大逾百萬倍，在此規模之下，整個的發展，亦大不相同。此時萬有引力遠較氣體壓力及輻射壓力更為有效，星雲非但不至散射，而且收縮，并且旋轉得比拉勃拉斯所想像的還快。這個解釋，應用於較小的太陽系上遇到失敗，在巨大的恆星銀河方面，却頗為成功。

堅思曾以數學證明：一個具有引力的氣體質團，或因其他質團的潮汐作用，而開始轉動，則將漸漸形成一雙凸透鏡的形狀。若其旋轉更快，則其邊緣必成不穩固，而裂成類似旋渦星雲的肢臂。肢臂上發生局部的凝結，而每個相當大小的肢臂，遂在我們所見恆星的體積小範圍內，結成恆星。這個理論的預示，已為赫布爾所證明。赫布爾以觀察的結果，將星雲分為堅思所預示的各類。於是在旋渦星雲裏，我們在遠超我們恆星系的空間汪洋中，目擊正在創造中的新的恆星系。

旋渦星雲肢臂上的一小滴，是否即變成如我們所有的太陽系呢？照堅思的數學計算證明，是不見得的。如果這小滴的轉動夠速，而至釀成分裂，則分裂所得者，可能為互相繞行的雙星。所以雙星，或為恆星演化的一个正常過程，其另一過程，則為孤獨的單星。

但摩耳頓錢博倫及堅思又曾倡議一想像的學說，以作太陽系的解釋。如果在某一初期，兩個氣體之星行至彼此鄰近之處，則潮汐波 (tidal wave)，即將發生。及至兩星趨近到某一臨界距離時，此潮汐波即將射出長臂狀的物質，然後或再裂成相當大小，及相當特性的物體，而形成地球及其他行星。但此種事件，却很少發生，據堅思的計算，如像我們的行星系，大約在十萬個恆星中纔有一個。恆星演化的新學說，今可述之如下：恆星，是旋渦星雲的肢臂上所飛出大小相近的氣體質團。它們放出輻射，其質量因而減少。又因其體積較大時，發出的輻射較多，所以它們的質量漸趨於相等。

無論其溫度及壓力若何，年紀最輕的星，最重，而輻射亦最多。如果它們全為如地上的原子所組成，則溫度及壓力增高，輻射亦當隨之增加，而與此不相同了。此種證據，又表示其輻射的能，乃大部來自我們所未知的極端活動的物質。此種物質，星老即毀滅，或由於質子與電子的結合，使其物質消滅，而變成電磁輻射的激流。這樣放出的能量，甚為巨大：照相對論節中所述，拚滅質量 $\beta$ 所放出的能為  $mc^2$ ， $c$  為光速，等於每秒  $3 \times 10^{10}$  厘米。故若一克質量的物質，化作輻射時，其能量即等於  $9 \times 10^{20}$  爾格 (erg)。一滴相當大的油，拚滅時所產的能量，可使一大船橫過大西洋。

這個天文物理的新學說，使人回想到牛頓光學 (Opticks) 書中質疑第三十所說：『整個的物體與光，不是可以互相變化嗎？……物體的變為光，與光的變為物體，乃是與似乎樂於變化的自然程序相符合的。』

恆星化為輻射，宇宙間物質的命運，或直接化為空間的輻射，或變成惰性而不活動的東西，如組

成我們的世界主要物質。地上的物質，含有九十二個元素。其中已被發現的，有九十個，自原子序數為一的氫，至原子序數為九十二的鈾。今若另有其他元素存在，則其原子序數必較九十二為大，而其構造必較鈾更為複雜。它們或必富有強烈的放射性，所以不會穩固，而或早已失其存在了。從前以為光譜的結果，表示物質的演化，自簡單而趨複雜，自年老星中的氫，而趨於年輕星中的鈣。但今日對此事實的解釋，則大不相同，而認為僅表示各恆星中的情況，有適宜於氫或鈣在其大氣中的出現，與輻射的放出而已。有些天文學家，以為在恆星的演化中，即有複雜因子的分裂。其中大部直接化作輻射，小部變成惰性的灰分。這些灰分雖是宇宙變化的副產品，但為組成我們身體，及我們世界的物質。鈾與鐳，或為介乎這些活動原始原子遺留於地上的最後殘跡，與不活動元素間的物質。祇有與我們所處情況切似的，似方有生命的可能，而此種情況，即使不是惟一的，也是少有的。類似地球的行星，或亦有之，然以之與巨大數目的星相較則似為數甚少。

開爾文的能之逸散原理 (principle of dissipation of energy)，指着一個最後的狀態，其中物質及能都均勻分佈，而無運動的可能。近代的理論，雖改變其過程，但亦得相似的結論。宇宙所趨的最後狀態，乃從活動恆星的原子，化作空間的輻射，與變成將熄的太陽中，或冰凍的地球中的少許惰質。從毀滅宇宙中所有物質而得的輻射，僅能使空間的溫度增高的數度而已。堅思算得：只有當溫度增高至  $7.5 \times 10^{10}$  度時，則空間方能為輻射及再度沉澱的物質所飽和。活動物質的原子遺存的或然率，以及輻射濃聚於一處以至物質再度沉澱的或然率，都非常渺小。不過我們等候此機會來臨的時日雖久，而永世更久。赫爾丹曾倡說，愛丁敦教授亦告訴我在漢堡的施特因 (Stern) 教授談話中曾說，這種巧遇的濃聚，或可於我們現有的宇宙消滅後，產生一個新的宇宙——或者在輻射瀰漫的若干年代以後，產生了我們的宇宙。但是傑姆斯·堅思爵士，與愛丁敦教授，都會與我聲言此種辯論之未能使其置信。他種事件發生的機會更大，而此種事件更將防阻那絕難可能的巧遇也。

要求此等問題的最後解決，似無可能。歷史所昭示於我們的，是要我們審慎將事。我們對於天文物理學現有的展望，不過開始於數年以前，我們已知的，較其未知的還少得很。

相對論與  
宇宙

相對論對於大自然所與的展望，如其所宣示的，已深切影響了我們對於體質宇宙 (Physical Universe) 的觀念。它於解釋萬有引力時，用在萬有引力場中呈現彎曲的自然路線的理論，以代替引力的觀念，非但在精察的實驗中，得有稍異的結果，如我們以前所述的；而且使我們對於宇宙範圍的觀念，完全改變。

若我們採用攸克里得的空間，與牛頓的時間，則我們自然以為『存在』乃是無窮的。空間無限的伸至最遠的恆星以外，時間則通達過去與未來，只是一律而永久的流逝着。

但若我們新的時空連續區，因物質的存在而現彎曲，則我們即進入思想的另一境界了。時間或仍是無止境的逐刻長流，然而空間的彎曲，則指示着一個空間有限的宇宙。今設我們以光速繼續前進，則終將達到一有限的極界，或至重返我們的原地。赫布爾博士估計整個的空間，約為威爾遜山望遠鏡——可見我們恆星系以外的星雲約達二百萬個——所可見到的十萬萬倍。這表明光線遍行宇宙一週，約需  $10^{11}$  或千萬萬年。愛因斯坦曾敘述一個三度的空間，其彎曲方式，正如我們在二度空間中所稱的圓柱體一樣，而時間則相當於圓柱體的軸線。戴習德 (De Sitter) 曾想像一個球形的時空，如果我們繼續向外進行，而追尋更大的球，則我們終將達到一個最大的。這裏的時間，從地球上觀之，似為停止不動，正如愛丁敦所云：『好像瘋帽商的茶會，時間永遠是六點鐘，不管我們等候多久，總是見不到什麼動靜。』但如我們果能到此保守的天堂，則我們必覺在該處經歷的時間，也依然流逝，雖其流逝的方向不同——茲無論其意義若何。

這種從地球上所見時間的變慢，戴習德曾經指出一個輕微的證實。有些旋渦星雲，為我們所知的最遠的物體。它們光譜中的譜線，與地球上光譜中同一譜線相較，位置頗有移動，而其移位的方向，



則大部爲波長增大。這個現象，普通認爲星雲有巨大的退行速度——較其他任何天體的都大——所致。但認爲我們所見原子振動的變慢，換言之，即大自然時計有速度的改變，或量時的標計已不相同，亦正無不可。

(註一)一般說明可參考作者所著 *The Recent Development of Physical Science* 一書前後數版(一九〇四——一九二四)。

(註二) *Camb. Phil. Soc.* 劍橋大學哲學會。見 *University Reports* 一八九六年二月四日。

(註三)見第五章。

(註四)看 J. J. Thomson, *Conduction of Electricity Through Gases*, Cambridge, 1903. 4, 1906. 及 J. S. F. Townsend: *Electricity in Gases*, Oxford, 1915。

(註五)一個行動的帶電質點即相當於一電流，均可爲磁鐵所偏轉。今若施以強度爲  $H$  的磁場，則質點所受的機械力爲  $Hev$ 。此力的作用方向，與磁場及質點的進行方向隨時均成直角。這正合產生圓形運動的條件，而此  $Hev$  即代表向心力

$$\frac{mv^2}{r} \text{，故 } r = \frac{mv}{eH} \text{。實驗上，質點祇走圓圈的一段，而其離開直線行程的偏轉爲 } S_r = \frac{1}{2} r^2 = \frac{1}{2} \frac{H^2 e^2}{2vm} \text{。}$$

(註六)欲知這些劃時代的研究的詳史，參閱上述 Townsend 所著的書第四五三頁及以後諸頁。

(註七) *Phil. Mag.* Vol. XLV, 1897 p. 293。

(註八)若一強度爲  $E$  的均強電場，在垂直於質點運動的方向與一質量爲  $m$  電荷爲  $e$  的質點作用，則質點所得的加速度爲

$$fe/m \text{，而在電場方向的移動爲 } Se = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \frac{fe}{m} t^2 \text{。在時間 } t \text{ 內，該質點以其原有的速度 } v \text{ 進行距離 } l = vt \text{。因此，}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{fe}{m} t^2 \text{，而在與原來的運動方向垂直的移動爲 } Se = \frac{1}{2} \frac{fe^2}{2mv^2} \text{。}$$

(註九)見第五章。

(註一〇)看 R. A. Millikan, *Trans, American Electrochemical Society*, XXI p. 185. 1912, 又看前所引 Townsend

書 p. 244。

(註一一) *Phil. Mag. Ser. 5, Vol. LXVIII* (1899) p. 535。

(註一二)見第五章。

(註一三) F. A. Aston. *Isotopes*, London, 1922 and 1924。

(註一四) E. Rutherford, *Radio-Activity*, Cambridge, 1904 and 1955。

(註一五) J. Chadwick, *Radio-Activity*, London, 1921. 設  $I$  為放射的強度則  $-\frac{dI}{dt} = \lambda I$ 。令原有的放射為  $I_0$  而求其

積分，則得  $\log_e\left(\frac{I}{I_0}\right) = -\lambda t$  或  $\frac{I}{I_0} = e^{-\lambda t}$  此為一單分子化學反應的對數或指數定律。

(註一六) 參 Sir William and W. L. Bragg: *X-Rays and Crystal Structure*, London, 1915, 5th ed. 1925. G. W. C. Kaye, *X-Rays*, London, 1914, 4th ed. 1923。

(註一七) *Phil. Mag.* 1913, 1914, Ser. 6, Vol. XXVI pp. 210, 1024, and Vol. XXVII p. 703。

(註一八) 欲知概要可參 J. H. Jeans, *Report on Radiation and the Quantum Theory*, 2nd ed. London, 1924。

(註一九) *Annalen der Physik*, Vol. IV. p. 553. 1901。

(註二〇) *Solvay Congress*, Brussels, 1912, pp. 254, 407。

(註二一) *Annalen der Physik*, Vol. XXXIX, 1912, p. 739。

(註二二) 參 N. Bohr, *The Theory of Spectra and Atomic Constitution*, Cambridge, 2nd ed. 1924, A. Sommerfeld, *Atombau und Spektrallinien*, 4th ed. 1924. E. N. da C. Andrade *The Structure of the Atom*, London, 1923, 3rd ed. 1927. B. Russell, *The A. B. C. of Atoms*, London, 1923。

(註二三) E. Rutherford, *Proc. Roy. Soc. A.* 123, p. 373, 1929。

(註二四) 他項可以  $4(2 \times 2)$ ,  $9(3 \times 3)$ ,  $16(4 \times 4)$  等除黎德葆常數求得之。今若自常數中減除這些項數，則所得的振動數為

$$R - \frac{R}{4} = \frac{3}{4}R, \quad R - \frac{R}{9} = \frac{8}{9}R, \quad \text{等等而這些數目求得為與氫的紫外光譜譜線的振動數目相等。}$$

今若更自 109, 678 的四分之一，即 27.420 開始，而從此減去其他更高的項則我們求得另一系數目：

$$\frac{R}{4} - \frac{R}{9} = \frac{5R}{36}, \quad \frac{R}{4} - \frac{R}{16} = \frac{3R}{16}, \quad \text{等等，這些數目已證明與氫的可見光譜譜線——即所論巴爾麥系(Balmer's}$$

series)——相符。此外更有一系，為自  $R/9$  誘導而得者，為帕勝 (Paschen) 在紅內光境所發現。

(註二五) 數學的計算，表示電子運動的能量，在第二個軌道者為第一的  $\frac{1}{4}$ ，在第三個者為其  $\frac{1}{9}$ ，而在第四者為其  $\frac{1}{16}$ 。

當一電子自一較外的軌道或能階降至一較內的軌道或能階時，它損失了位能而增加了動能。二者相較，可證明能量的總損失即等於動能的增加。故若設因為電子在最內一層能階的動能，則自第二第三第四等層降至第一層所損失之能量各為

$$\epsilon - \frac{\epsilon}{4} = \frac{3\epsilon}{4}, \quad \epsilon - \frac{\epsilon}{9} = \frac{8\epsilon}{9}, \quad \epsilon - \frac{\epsilon}{16} = \frac{15\epsilon}{16} \text{ 等等 (譯註二)}, \quad \text{而自第三第四等層降至第二層所損失者各為}$$

$$\frac{\epsilon}{4} - \frac{\epsilon}{9} = \frac{5\epsilon}{36}, \quad \frac{\epsilon}{4} - \frac{\epsilon}{16} = \frac{3\epsilon}{16} \text{ 等。}$$

電子自一個軌道或能階跳至另一個時，即吸收或發射能量  $h\nu$ ，式中  $h$  為勃蘭克的作用量單位，而  $\nu$  則為振動頻率。因電子於降至第一能階時所損失的能為  $\frac{3\epsilon}{4}$ ， $\frac{8\epsilon}{9}$  等等而  $h$  為一常數，故  $\nu_1 \nu_2$  等頻率之比必為  $\frac{3}{4}$ ， $\frac{8}{9}$  等，此與紫外光譜中已知的譜線頻率比數相符合。同時，電子於降至第二能階時所得的一系頻率，始於  $\frac{5}{36}$ ，此又與巴爾麥系相符合。

(註二六) *Zeitschrift für Physik*, 33, 12, 1925, p. 879, and 25. 8-9, 1923, p. 557. 摘要見 H. S. Allen, *The Quantum*, London, 1928; A. S. Eddington, *The Nature of the Physical World*, Cambridge, 1928, p. 206.

(註二七) *Annalen der Physik* 79, (1925) pp. 351 and 734.  
 (註二八) 海森堡的與薛斐丁格的數學，得到相似的方程式。自哈密爾敦的原理，它們得到一個公式

$$qp - pq = \frac{ih}{2\pi}$$

式中  $h$  為作用量子而  $i$  為  $-1$  的平方根。 $q$  及  $p$  稱為坐標及動量，至此二名詞在此應用的意義頗為特別。博爾恩 (Born) 及約爾丹 (Jordan) 以  $P$  為一方陣——無窮數目的數量列為對稱的陣形。迪拉克 (Dirac) 不給  $P$  以數字的意義，惟至最後數目即自方程式中出現。薛斐丁格以動量  $P$  為一算子 (operator) 即用以對其後面的數量執行數學手續的符號。不管所給與它的意義若何，這上述的方程式，如愛丁敦所云，似已達到或幾近於物理界中每一東西的根基 (參閱上引書第二〇七頁)。

(註二九) A. S. Eddington, 見上引書第二二〇頁。

(註三〇) *Physical Review*, 22, p. 243, 1923, and *Nature*, 119, p. 553, 1927.

(註三一) G. P. Thomson, *Proc. Roy. Soc. A*, 117, p. 600, 1929. & Sir J. J. Thomson, *Beyond the Electron*, Cambridge, 1928.

(註三二) The Listener, Jan. 29, 1930, p. 211.

(註三三) A. Einstein, Vier Vorlesungen Über Relativitätstheorie, Braunschweig, 1922; The Meaning of Relativity, London, 1922, A. S. Eddington, Space, Time and Gravitation, Cambridge, 1920; The Mathematical Theory of Relativity, Cambridge, 1923 and 1924.

(註三四) A. S. Eddington, The Nature of the Physical World, Cambridge, 1928. 作者承愛丁敦教授惠允轉載此名不勝感激。

(註三五) Scientific Writings, p. 313.

(註三六) 兩點的距離依坐標之差  $dx dy$  而變，若變的形式為

$$ds^2 = g_{11} \cdot dx^2 + 2g_{12} \cdot dx dy + g_{22} \cdot dy^2,$$

則為一理曼的空間。其中有一特殊的例，即當連續區為攸克里得空間時，則

$$ds^2 = dx^2 + dy^2$$

此即畢達果拿斯公理。

$g_{11}, g_{12}, g_{22}$  等數量非特規定了連續區的度量形式，且亦規定了萬有引力場。自可以演算這些數量的最簡單的數學形式的研究，愛因斯坦發現了重力的新定律。

(註三七) 參閱原文一九二頁及二二〇頁的註脚關於拉格朗日，拉勃拉斯與漢密爾頓。愛因斯坦曾發展普遍的方程式，這些方程式在特殊情形下，當所考慮之處既無物質又無能量存在時，則簡化為拉勃拉斯方程式，而當能量全寓於物質的形式時，則簡化為頗瓦桑 (Poisson) 方程式。

在普遍相對論中，一個在靜力場中運動的小質點的運動可以拉格朗日的微分方程式表之

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\delta L}{\delta \dot{x}_r} \right) - \frac{\delta L}{\delta x_r} = 0 \quad (\text{譯註四})$$

惟在此，非如在古典動力學中之為動能與勢能的簡單差數而已。

(註三八) 所有物理現象的產生，無論其為萬有引力的，或其他的，全決於一「無向的宇宙函數」(scalar world function)  $H$  此函數在使下列積分的變更等於零

$$\int \eta dx_0 dx_1 dx_2 dx_3 = 0$$

(註三九) British Association Report, 1927, Address to Section A. p. 23.

(註四〇) A. Einstein, two articles in The Times of February 3rd and 5th, 1929.

(註四一) A. S. Eddington Proc. Roy. Soc., A. Vol. OXII (1928), p. 358.

(註四二) F. T. M. Stratton; Astronomical Physics, London, 1925, Sir J. H. Jeans, Astronomy, and Cosmogony, Cambridge, 1923, A. S. Eddington, Stars and Atoms, Oxford, 1927, T. C. Chamberlin, The Two Solar Families, Chicago, 1928.

(註四三) 如愛丁敦所示建造人身約需原子  $10^{27}$  個而建造一恆星所需的原子數目即平均約為前者的  $10^{23}$  倍。

(註四四) Sir J. H. Jeans: Eos or the Wider Aspect of Cosmogony, London, 1923, p. 46. X The Universe Around Us, New York and Cambridge, 1929, p. 154.

(註四五) 見 Nature LXX, p. 101, 1904.

(註四六) 原文為：Hence high-frequency ultraviolet oscillations can only radiate when they have a large amount of energy available, and therefore the chance of many units being available and radiated is very small, as is likewise the total energy emitted.....譯文與原文稍有出入。因譯者以為如此較為合理而明瞭也。

(註四七) 此句原文：Hence if  $\epsilon$  be the energy of motion in the innermost level, the loss in passing from the second level to the first is  $\epsilon - \frac{\epsilon}{4}$  or  $\frac{3\epsilon}{4}$ , and in passing from the third to the second  $\frac{8\epsilon}{9}$ , Leaping

over one orbit, the electron will give another series of numbers; thus passing straight from the third orbit to the first, it gives  $\frac{1}{4} - \frac{1}{9}$  or  $\frac{5\epsilon}{36}$ .

In leaping from one orbit or energy-level to the next, the electron absorbs or radiates energy  $h\nu$ , where  $h$  is Planck's unit of action and  $\nu$  the frequency of vibration. Since the energies lost are  $\frac{3\epsilon}{4}$ ,  $\frac{8\epsilon}{9}$  etc.

and  $h$  is constant, the frequency  $\nu_1$ ,  $\nu_2$  etc. must be in the ratios  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{8}{9}$ , etc. in accordance with the known lines of the ultraviolet spectrum, while another series, corresponding with leaps to alternate orbits, gives frequencies beginning with  $\frac{5}{36}$ , agreeing with Balmer's series. 顯有錯誤，故改譯如上文。

(譯註三) Optics 通常譯作光學。故 Optical spectrum 直譯應為『光學的光譜』似頗費解。查 Optics 所論者，普通均限於自紅外線至紫外線之範圍，而電磁波 X 射線、射線等雖亦為『光』，但並不在 Optics 敘論範圍之內。是以我們在此譯 Optical spectrum 為普通光境的光譜，以示與 X 光譜等區別。

(譯註四)原文誤即為

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\delta L}{\delta \dot{x}^i} \right) - \frac{dL}{dx^i} = 0$$

(譯註五)與原文略有出入，似較清晰。

... the second ...  
 ... the first ...  
 ... the second ...  
 ... the first ...  
 ... the second ...

... in the ...  
 ... of energy ...  
 ... (譯註四) ...  
 ... (譯註五) ...  
 ... (譯註六) ...

... (譯註七) ...  
 ... (譯註八) ...  
 ... (譯註九) ...  
 ... (譯註十) ...

## 第十章 科學的哲學及其展望

二十世紀的哲學——邏輯與數學——歸納法——自然律——數學與自然界——物質的消滅——自由意志與定命論——機械論的概念——物理學，意識與熵——宇宙原始論——科學，哲學與宗教

二十世紀  
的哲學

哲學思想的各個線索，已於第七章中述至十九世紀，現在須追蹤到二十世紀了。

法國百科全書派所傳授的哲學，本根原於牛頓的科學，其後更與達爾文文學說匯合而成德國的唯物主義。但在此以前，康德黑格爾及其信徒曾發揚一唯心主義的別派。此派在學院哲學中雖頗占優勢，但不喜科學家，而科學家的大部份亦唾棄哲學至百有餘年。

一八七九年羅馬教皇理奧八世 (Leo XIII) 曾發通諭，重建聖多瑪斯阿奎拉斯的智慧為羅馬教會的公定哲學，這使多瑪斯學派在天主教會思想中又得復活。當時曾有近代知識或其中能為正統宗教家所承認的一部，(註一)詮釋中世紀煩瑣哲學的嘗試。這種嘗試的結果，或者可以說使煩瑣哲學與某幾門科學有了和解，但不能認為已承認整個科學的精神。所以這些結果我們暫可不論，而就其他方面的發展加以敘述。

在二十世紀的初年，多數科學家都不自覺的抱持一種直覺的唯物主義，或者，若他們對於此類問題確與以考慮，則必偏向於馬哈·皮爾生的現象主義，或海克爾或克里福特的單元進化論。

進化論在達爾文謙遜的意見中，僅為科學上的一種學說，此學說或已由天擇的假設得到一部份的解釋；但後來竟變成一種哲學，甚至在有些人看來差不多成一種信條了。進化論的生物學所給與一般思想的教訓是：任何事物都有其連續不斷的改變，而此改變若已進行至與環境不合的方向，則必有某

二十世紀  
的哲學

種淘汰停止之。我們已經看見思想的各部門如何次第接受這個教訓，以及如何推廣與加深它們的意義。但這種科學發展合法的影響，并不能抬高它成爲一個哲學體系——「真實」的根基及意義。生物學及古生物學指出，在數百萬年間，從一個單簡的始祖到許多不同而複雜的種屬的進化。但進化論的哲學家，自海柏特斯賓塞爾以來，則認此爲事物的普通定律。所以進化主義雖最初僅與唯物定命論相關聯，在有一時期中，竟成爲樂觀的哲學了。即使死亡仍爲個人生命的結局，人們總可覺得其自身仍爲有機系中，或宇宙結構中，不斷進化連鎖的一環。

近年以來，進化論的哲學家更已表現新的趨勢，特別是要藉生物學來作逃避物理學的機械觀點的出路。柏格森更走極端，他不但要把物理學，并且要把邏輯的固定因則，一掃而空。（註二）在他看來，生命乃不斷轉化的河流，其中的分段僅爲幻想的。真實可於生活中得之，但不能加以理解。他承認最後原因的說法，但是這些原因并不像往昔前定最終論者所主張的，而是隨創造的進化而形成的。

因此，柏格森讚揚本能及直覺而反對推理，以爲推理者，不過在生存競爭中，由自然淘汰發展出來的一個實用優點而已。這種說法，用之於本能，似更爲有力。實際上，在最有生存關係的，原始而實用的需要上，本能最爲重要。推理以及直覺與推理的有效聯合，用以促進知識者，好像僅在後期的及與自然淘汰無明顯關係的目的上，方爲有用。例如爲了科學，即爲了柏格森所援引的天演學說的創立，及爲了哲學，即爲了他所演述的一種創造進化論的哲學，推理與直覺確是必需的。

維廉·詹姆斯(William James)的實用主義，爲進化論哲學中的又一形式，以爲一信念中所謂真理的惟一考驗，即其是否有用。實用主義，把科學與宗教不能思議不能解說的，一齊規避。歸納法何以會真確，乃一困難問題。實用主義說：我們必得生存，所以我們必須假設歸納法的真確。除非我們用了過去的觀察來作將來的指南，我們必遭災害。自天然選擇的完全學說言之，宗教之所以流行甚



廣，或因有些宗教信仰有其生存的價值，所以按照實用主義的定義，這些宗教信仰是『真實的』。設如我們說，一個實用主義者會改變其信仰，以求在亨利八世，愛德華六世，瑪麗及伊利沙白的統治下得其生存的價值，那末，他的『真理』觀念已經經過有效的擴充，當非過言。或如詹姆斯所說，在科學及日常生活中，有許多信仰，只有在這個意義下，即適於實用的意義下，算得真實。但此外當有其他信仰，很顯明的可以置諸他種考驗下，如直接觀察及實驗等；這樣，狹義的實用主義者所未會認識的標準，也可以用來作考驗了。

進化論主義雖自科學下推而至哲學，乃至成為歷史學社會學及政治學的普通原則，但所有時代中的多數學院哲學家，還保守其根原於柏拉圖，經德國的唯心主義如康德學派或黑格爾學派所傳授的，古典傳說的若干形式。黑格爾以為關於真實世界的知識，可以邏輯推論得來，而在英國，此說更為布拉德勒 (Bradley) 所近代化，他的外貌與真實 (Appearance and Reality) 一書，出版於一八九三年。布氏以為外貌的世界為科學以空間及時間表述者，乃自相矛盾而虛幻的。真實的世界，必在邏輯上自相一致。故最後歸原於超時與超限的絕對。此種觀念，實遠源於拔門里得斯，惹諾，及柏拉圖時代。

約當一九〇〇年，反對此種黑格爾派思想的傾向，即在哲學家亦日趨顯著。在一方面，邏輯學家如赫塞爾 (Husserl) 曾發現黑格爾的謬誤，而否認布拉德勒認關係與多數，時間與空間，為自相矛盾的信念。關於此點，他們與得到相同結論的數學家聯合一致。另一方面，有些反抗理智的束縛，或邏輯界古典形式主義的，承認柏格森的讚揚直覺或本能，或附和詹姆斯的實用主義或澈底的經驗主義，以為只有從經驗中能得到關於真實的觀念。這最後一種思考的路線以及數學家的思想，很明顯的與科學的展望有密切關係，蓋物理科學與哲學復行攜手的新發展，即由此來也。

馬哈於分析經驗時所持的觀念，復現於詹姆斯的澈底的經驗主義中。(註三)此觀念與邏輯中的，

知識論中的，以及數學原理中的新觀點相連合，（註四）成爲一個思想的新形式，有時稱爲新實在主義。此派哲學，主要發展於哈佛大學，它捨棄以整個宇宙物理論爲根據所得包羅萬象的系統觀念，正如科學在十七世紀脫離煩瑣哲學派時之捨棄此觀念一樣。它研究通共的問題時，先湊合小塊的知識，正如科學之研究特殊問題一樣，而當觀察或實驗證據尙不充足時，則加以假設。在它的知識論中，它不相信「真實」必須隨我們的思想爲轉移：此點是與與唯心主義不同的。但此說亦不以馬哈的純粹現象論（pure phenomenalism）爲限，它以爲科學所論的乃有持久性的真實，而非僅爲感覺及意識的概念。在邏輯方面，新實在論以爲一事物的內在性質，并不足以使我們推論其他事物的關係。所以在邏輯及知識論方面，這新的哲學復回到分析的方法。但是最大的效果，乃爲其與數學原理聯合所產生的。羅素說：

自愛里亞的惹諾以來，唯心派的哲學家，爲欲證明數學未曾求得真實的形而上的真理，而哲學家則能供給較優的商品，曾創出種種矛盾，以毀敗數學的信譽。這種作風，康德固多，而黑格爾尤甚。十九世紀的數學家已摧毀了康德哲學中的這一部份。洛巴捷夫斯基以非攸克里得幾何的發明，葬送了康德的超然美的數學辯論。魏愛斯脫拉斯（Weierstrass）證明了連續性不包括無窮小；康托爾（Georg Cantor）曾發明一連續性的理論及一無窮大的理論，這使古來哲學家所津津樂道的詭辯全歸消滅。即康德否認算術合於邏輯之說，亦經弗勒支（Frege）證明其錯誤。所有這些結果，都得自普通數學方法，其確實可靠不亞於乘法口訣。哲學家應付的方法，就是不看這些有關的著作。唯有新的哲學方能消納此種新的結果，因而對於其長留於無知的敵人，易得辯論上的勝利。（註五）

哲學思想中這個改革的詳情，只有能追隨很專門而精深的數學的人方能領會。然其普通結果則頗爲明白。哲學現已不能單獨穩立於其自有的基礎上，而必須與其他的智識相聯合。在中古時代及許多

近代哲學統系中，它們的題材乃演繹并配合於一種預定的宇宙哲學方案裏面，新實在主義則告訴哲學家須如牛頓時期一樣，於建立自己的廟堂以前，須了解數學與科學。這個廟堂并且須是一磚一瓦的建立起來，不可希望是從雲霧中吊下來的全部構造。

新實在主義以數學的邏輯爲其創造的工具，故能以往昔哲學所不可能的方式，追隨科學中新知識的哲學意義。因此，這個新方法雖源於數學的發展，然其重要的數據則得自物理學——相對論，量子論與量子力學。茲試以非專門的術語，一述此奠基於科學的一切哲學的最近一個。

邏輯爲推理的普通科學，故應包括所有的推理的方式，雖因歷史的巧遇，而開始於演繹說。希臘學者關於演繹幾何學的偉大發現，使亞理士多德於創立邏輯時，過偏重於演繹的推論。反之，佛蘭西斯·培根因其對於新實驗方法所懷可能的希望而產生的自然反應，則堅持歸納的惟一重要。但是他仍將推理方法分爲三類，——即自特殊至特殊，自特殊至普遍，及自普遍至特殊。米爾則謂真正的科學方法，應包括歸納與演繹，是將阿理士多德與培根的工作合而爲一了。

形而上學，可認爲是研究普通存在——意識所了解或可了解的事物的學問。心理學，是研究意識的一切的學問，就中包括意識的運用——論理爲其一種。所以照分類法，邏輯應爲心理學的一部，雖因其重要性，及其與心理學他部分別研究之可能性，至使它成爲一獨立的科門。

在近世以前，形式邏輯的大部，不過是些阿理士多德及中古學人所傳授的專門術語及三段論則的演述而已。所幸非形式的推理方法，滋育於實用科學者之中。這種方法，在其歸納與演繹的聯合形式下，開始於蓋理略。甚至在演繹方面，亦已發展至三段論法所未及預料的過程，但是邏輯學者仍依然墨守其成法。

康姆柏爾 (N. R. Campbell) 於一九二〇年曾經指出：自科學者觀之，甚至邏輯的三段論法，似亦脫不了歸納方法。(註七) 今以一熟悉的例言之：——凡人都有一死，蘇格拉底是一個人，所以蘇格

邏輯與數  
(註六)

邏輯與數

拉底亦有一死。從觀察及實驗，我們發現某些軀體的及心靈的特性，是一律的互相聯繫的；這個定律我們以『人』的概念來表達。我們更發現這『人』的概念，是與『死』的特性有聯帶關係的，因此我們得到另一個定律，說此聯帶關係是普遍的——凡人必有一死。這定律可應用於個人，亦一近情的推論，而證明蘇格拉底亦有一死。但若將辯證作如是觀，則其中實含有歸納的意義。當然純粹的邏輯家，將謂大前提乃假設爲已與的，而邏輯所論者，僅爲自大前提的演繹而已。但是康姆柏爾則謂若推理而果全無歸納的質素，則此推理必不能得到科學家的信心。

傳統的邏輯，以爲每一命題，必爲指定一賓位附於一主位。這個假設，至使哲學家如黑格爾及布拉德勒等，得到若干特殊的結論，如謂只能有一個真實的主位——大絕對——存在，因若有兩個，則此有二主位的命題，將不會指定一賓位附於二主位之任何一個。因此感覺中的各個對象，如他們的辯證，是虛幻的，而歸結於一單純的大絕對。這個主位——賓位的形式，在邏輯上的普遍性的假設，更使哲學家不承認關係的真實性，而想把它歸結爲外表相關的術語性質。因此科學（主要爲事物關係的研究）的對象，亦如感覺的對象同爲虛幻的了。

對稱的關係，如二物的相等或不相等，或可視作性質的一種表述。但是非對稱的關係，如一物大於他物，或一物在他物之前，則此說法便不能成立。因此我們必須承認關係的真實性，而此純以邏輯的理論假設世界爲虛幻者，遂歸消滅了。

或者這種字面上的辯證，無論其爲擁護的或反對的，不至使慣用科學的而更具體的論理的，感到重要，但由此遂以產生數學上的徵驗，茲述之如下。

近代數學的邏輯，始於一八五四年，布爾（Boole）創設的一種數學的符號，用以從前提推演結論。嗣後，皮亞洛（Peano）與弗勒支以數學分析證明傳統的邏輯所認爲同一形式的許多命題，例如

『此人必有一死』與『凡人必有一死』，是根本不同的。以往的混亂，把事物的關係與事物的性質，

具體的存在與抽象的概念，以及感覺中的世界與柏拉圖觀念的世界，弄得模糊了。

數學邏輯使學者易於處理抽象的概念，並且提示新的假說，非此則將被忽視。它誘導出來的物理概念的理論，以及數論的新學說，是一八八四年弗勒支發現的，二十年後復為羅素所獨立發現。羅素

說：（註八）

多數的哲學家，以為物理的與心理的，把世界的一切都包括盡罄。有些說，數學的對象顯非主觀的，故必為物理的及經驗的。有些說，數學顯非物理的，故必為主觀的及心理的。他們所否認的，雙方都對。但他們所斷言的，彼此都錯。弗勒支的優點，就在承認雙方所否認之點，並以認清邏輯的世界既非心理的亦非物理的，而求得一個第三種斷言。

弗勒支把事物之僅為客觀者，如地球的軸，與其既為客觀又為實在而佔有空間的，如地球自身，加以區別。依此意義，則數以及所有的數學及邏輯，既非佔有空間的及物理的，亦非主觀的，但為感覺不到的而且為客觀的。由此可得的結論，為我們必須視數為類——2是代表所有成雙者之類，3是代表所有成參的之類等等。如羅素的定義說：「某一類中的項數，是與該類相似的所有各類的類。」這已證明為與算術的公式相符，而可適用於0，於1，以至於無窮大的數——這些都是其他學說所感覺困難的。至於類之是否虛設而不存在，固無關係。若以任何其他有類的定義性質的東西代替類，則上述的定義亦同樣可用。由此可知，雖然數已變成非真實的，但它們依然是有相等效用的邏輯形式。

有些哲學家對感覺世界的真實性所以懷疑，其原因之一，即在其所假設的無窮大與連續性的矛盾，因而以此二者為不可能。固然沒有可靠的經驗上的證據，可用以證明物理世界中的無窮大及連續性，但是於數學推理上，它們却是必需的，而哲學家所假設的矛盾，現已知其為虛幻了。連續性的問題，實際就等於無窮大的問題，因為一連續的級數，必含有一無窮多的項數。畢達果

拿會遭遇了一個疑難：他發現一個直角三角形的弦的平方，等於其二邊的平方之和，故若三角形的兩邊相等，則弦的平方，即等於邊的平方之二倍。但畢達果拿學派不久又證明一個整數的平方，不能為另一整數的二倍，如是則邊的長度與弦的長度，是不能以整數相約的。畢達果拿學派原相信數是世界的素質，據說得此發現以後，即大感沮喪而諱莫如深。嗣後，幾何學從新建立於攸克里得所採的基礎上，不應用算術，故得免此困難云。

德卡爾幾何學 (Cartesian Geometry)，回復算術的方法，而其發展則在利用『無理數』(irrational numbers) 作不可互約的長度的比數。這些數目，證明與算術的原則相符，遠在近年得到滿意的定義，與不可約的問題解決以前，即為人所常用而深信不疑了。

我們更可以普通的方法，指出近代的數學家如何構成無窮大的學說，使自惹諾以來的哲學家所喋喋不已的非難，歸於消失。這問題主要是數學的，在數學的方法尚不夠精深以前，這問題是不能研究，甚至於不能提出的。

無窮級數及無窮數，在近代數學的初期，即已出現。它們的性質，有些看似希奇，但數學家並不以無窮大的觀念為虛幻，而繼續用它，後來遂得到他們方法的邏輯根據。

關於無窮大所感覺的困難，一部份由於字義的誤解。此誤解，乃因將數學的無窮大，與非數學的哲學家所想像無窮大的模糊觀念——與數學問題不相干的觀念，混為一談所致。照字源說：『無窮大』的意義，是沒有止境。但是有些無窮級數（例如過去時刻的級數止於現在，又如無窮的點組成有限的線）有止境，有些則沒有，又有些數的集合，雖為無窮，而非級數。

其他困難，乃原於欲以有限數的性質，如可以數清的性質等，應用於無窮數。無窮級數雖其項數不可勝數，但可自其自身數類的性質求得之。並且一個無窮數，不因有所加減，或甚至乘除，而變大或變小其值。今若將所有數字 1, 2, 3, ……書一橫行，而將所有偶數 2, 4, 6, ……在其下面

身書一橫行。兩行的數字相等，但下行乃從所有數的無窮集中，取去無窮的奇數所得的。這樣，全體顯然不大於其一部。此種矛盾，使哲學家否認無窮數的存在。但是所謂「大於」，其意義頗為含糊。在此的「大於」，乃「含有較多項數」的意義。在此意義上，全體固能等於其部分，而無自相矛盾之病。

近代無窮大的理論，為康托爾於一八八二——三年所發展。他證明有無窮個不同的無窮數，而較大及較小的觀念，通常亦可應用於無窮數。有時當此種觀念不能應用時，則必有新問題發生。例如一長線所含數學上點的數目，與一短線所含的相等；這裏所謂較大較小，並非純粹算術的，而含有幾何上的新概念。

哲學家所遭遇的困難，大部起於假設有限數的性質，能應用於無窮數。如果有限的時間及空間，為有限數目的頃刻及點所組成，則惹諾的辯證或可真確。欲求避免惹諾的矛盾，我們可以(1)否認時間及空間的真實性；或(2)否認空間及時間為點及頃刻所組成；或(3)堅持若空間及時間為點及頃刻所組成，則點及頃刻之數為無窮。惹諾及其許多信徒擇第一類，而且他如柏格森等則擇第二類。

但是從其他的理由，無窮數，無窮級數，以及不含連續項的無窮集數之存在，是必與以承認的。例如我們可以 $1/2, 1/4, 1/8$ 等的次序，寫列一個小於1的分數級數，但在每兩個分數之間，尚有其他分數，如 $1/16, 3/8$ 等等。在此級數中，沒有兩個分數是相連的，而它們的總數目是無窮的。然而所有它們數值的總和，還是小於1。因此我們必須承認在超於一個無窮級數之外，確還有數的存在。惹諾所說關於線上的點數之種種許多可應用於這分數的集數。我們不能否認分數的存在，因此我們欲求有效的避免惹諾的矛盾，則不得不尋求一無窮數的優良理論。

數學中的無窮數，是在可以勝數的數之外的。無窮數不能從一個數到下一個數的連續步驟達到。它們存在於數類中，只能以數學的術語來下定義，數學的方法來加考驗。但凡有資格判斷的，都一致

承認數學的邏輯及無窮數的數學理論，確已在正確之路上進展。陳舊的邏輯辯證，謂感覺的對象與科學的定律爲虛幻的，今已證明其不確了；這一問題仍未確定，故須另以他法研究之。不管許多唯心哲學家的教訓是怎樣，欲恃先天的心理運用以測知外界的真性，實不可能。科學的觀察與歸納方法，乃爲必需的了。

## 歸納法

從個別的現象以求概括定律的步驟，是爲歸納法。邏輯中講求歸納法之部，在實驗科學中尤爲重要。從以前各章所述，我們知其已爲許多哲學家所研究，就中以阿理士多得及弗蘭西斯·培根最爲有名。

培根讚揚實驗，以爲概括的定律，幾可以機械式的程序確定的建立。懷疑的休謨，則以爲若用歸納法求新知識，即使歸納法完成其合宜的任務，有時亦將得到誤差的結果，因此，所得的定律，只可說是多少近真的，而不能認爲十分確定的。但不管休謨的意見如何，科學家及若干哲學家，則仍以歸納法爲探求絕對真理的道路，甚至米爾亦持此信念。他以歸納法奠立於因果律之上，而認因果律確已爲許多確具原因的事蹟實例所證明。惠衛爾以爲經驗只是證明相當的概括 (generality)，而非絕對的全稱 (universality)，但若再加以必需的真理，如算術原則，幾何公理，及幾何演繹的應用，則全稱亦可求得。當然，這些見解都是在非攸克里得空間發現以前的。(註九)當時雖有惠衛爾的警戒，但米爾的見解，似仍爲當時一般的代表。如亨利·潘嘉瑞 (Henri Poincaré) 說：(註10)

自一膚淺的觀察者看來，科學的真理，是毫無疑問的；科學的邏輯，是決無錯誤的；學者之所以有時錯誤者，乃因未認清其原則也。

科學的功用，在追溯各種現象間的關係，或更適合的說，在追溯表述各種現象的概念間的關係。但當我們，比方說，已發現氣體壓力的增大，將使其體積縮小時，則我們亦同樣可以說，氣體體積的縮小，將使其壓力增大。(註一一)凡是我們先想到的變更，在我們的意識中似認爲原因。由此可知原因



與效果意義的雙關了。惟當此中含有時間的因素時——即當相關的事蹟之一，在其他事蹟之後時——則我們的意識，遂本能地把前件（post hoc）認為事因（propter hoc）。但如此，則要將一長串的前項情形——都是該事蹟發生的必要條件——從一事蹟的真實原因分開成爲不可能。尤有進者，相對論已經證明，在『此地——此時』的一事蹟，只能作絕對的未來中事蹟之因，與絕對的過去中事蹟之果。如在第十四圖（見三九三頁）中立區域中的事蹟，與一『此地——此時』的事蹟，不能有因果的關係，因如此，則其效應的傳遞必將超過光速而後可。（註一二）並且若用因果原理建立歸納的真實性以爲追尋絕對真理的嚮導，則依照邏輯，此原理自身便不能用歸納方法與以建立。因此，米爾的辯證基礎遂動搖了。

的確，歸納方法敘述起來雖覺容易，而要建立歸納在邏輯上的真實，則頗困難。歸納方法，確非培根式的。惠衛爾指出歸納的成功，在乎出發時須有正確的觀念。識見、想像力、或且天才，是需要的：一以選擇最優的基本概念，與分類其各個的現象，使其適於歸納的運用；（註一三）再則設計一個臨時的『定律』，作爲進行工作而可以將來的觀察及實驗與以考驗的臆說。

茲試以實例說明之：阿里士多德的物質及其性質，天然位置等等的觀念，不能用作動力學的概念；若說它能衍導些什麼，則它所衍導的，只是些假的結論，如謂重的東西墜落得較快之類。自是以後，毫無進步可言。直至蓋理略及牛頓擯棄整個的阿里士多德的方案，而自混亂之中，擇取距離或長度、時間及質量作爲新的基本概念，纔能以物質及運動的術語來考慮這些問題。蓋理略用距離及時間及其導出的速度作工具，於一度失敗之後，猜得落體的速度與其降落時間的正確關係，推演其數學的結果，而與以實驗的證明。牛頓再加以質量的概念——本隱含於蓋理略的工作內的——成立運動諸定律，又由此演繹爲動力科學，廣遍的得到觀察與實驗的證明。而潘嘉瑞以爲我們對正確概念的重要，及有了正確的概念，更與以正確定義的重要很是明顯。所以潘嘉瑞以爲我們對